Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Institut für Informatik

R. Berghammer

Institut für Informatik

Mathematatik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18 Abgabe: 18.12.2017

Serie 7

Präsenzaufgabe 1
Gegeben sei eine Menge M und $X \subseteq M$. Wir definieren die Funktion $f : \mathcal{P}(M) \to \mathcal{P}(M)$ durch $f(A) = A \setminus X$. Zeigen Sie, dass f einen Fixpunkt besitzt.

Präsenzaufgabe 2
Seien A, B Mengen und $R, S \subseteq A \times B$. Zeigen Sie mithilfe eines indirekten Beweises:

Sind R oder S eindeutig, so ist auch $R \cap S$ eindeutig.

Präsenzaufgabe 3
Gegeben sei eine Menge M. Zeigen Sie $\bigcap \mathcal{P}(M) = \emptyset$ durch einen Widerspruchsbeweis.

Hausaufgabe 4 (6 Punkte)
Seien X eine Menge und $f : \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(X)$ mit der Eigenschaft:

$$\forall\, A, B \in \mathcal{P}(X) : A \subseteq B \Rightarrow f(B) \subseteq f(A)\,.$$

Wir definieren $g : \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(X)$, wobei $g(T) = \overline{f(T)}$. Das Komplement wird hier bezüglich X gebildet. Zeigen Sie, dass g einen Fixpunkt besitzt.
(Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis verwenden, dass für alle Mengen M und N gilt: Aus $M \subseteq N$ folgt $\overline{N} \subseteq \overline{M}$.)

Hausaufgabe 5 (6 Punkte)
Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{N})$, wobei $f(n) = \{\, (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x + y \leq n \,\}$, von Serie 3. Zeigen Sie durch einen Widerspruchsbeweis, dass $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \subseteq \bigcup \{\, f(n) \mid n \in \mathbb{N} \,\}$ gilt.

Hausaufgabe 6 (8 Punkte)
Gegeben sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie die folgende Aussage sowohl durch einen indirekten Beweis als auch durch einen Widerspruchsbeweis:

Ist n^3 gerade, so ist auch n gerade.