

Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18

Serie 6

Abgabe: 11.12.2017

Sei Ω die Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments. Wir nennen eine Menge E genau dann ein Ereignis, wenn $E \in \mathcal{P}(\Omega)$ gilt.

Präsenzaufgabe 1

Sei Ω die Menge aller möglichen Ergebnisse eines 3-fachen Münzwurfs mit einer zweiseitigen Münze. Gegeben seien außerdem die folgenden Ereignisse:

- A : Alle Würfe liefern das gleiche Ergebnis. C : Es wird genau einmal "Zahl" gewürfelt.
 B : Es wird höchstens einmal "Kopf" gewürfelt. D : Es wird nicht zweimal hintereinander "Zahl" gewürfelt.

- (a) Geben Sie mithilfe geeigneter Symbole die Menge Ω als direktes Produkt an und bestimmen Sie $|\Omega|$.
 (b) Geben Sie die Ereignisse A, B, C und D explizit an.
 (c) Geben Sie die Ereignisse A, B, C und D deskriptiv an.
 (d) Verallgemeinern Sie Ihre Ergebnisse aus (a) und (c) auf einen n -fachen Münzwurf, wobei $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$.

Präsenzaufgabe 2

Wir definieren die Relation \leq auf \mathbb{N}^+ , indem wir für alle $s, t \in \mathbb{N}^+$ festlegen:

$$s \leq t : \iff (\text{kopf}(s)) = \text{rest}(t)$$

Überprüfen Sie die Relation \leq auf Eindeutigkeit und Totalität.

Hausaufgabe 3 (6 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und Ω die Menge aller möglichen Ergebnisse eines n -fachen Würfelwurfs mit einem 6-seitigen Würfel (mit sechs verschiedenen Seiten). Gegeben seien außerdem die folgenden Ereignisse:

- A : Es wird nicht zweimal hintereinander das Gleiche gewürfelt. C : Mindestens zweimal wird eine 1 gewürfelt.
 B : Die Summe der gewürfelten Zahlen ist eine gerade Zahl. D : Eine 6 wird genau einmal gewürfelt.

- (a) Geben Sie Ω als direktes Produkt an und bestimmen Sie $|\Omega|$ (mit Begründung).
 (b) Geben Sie die Ereignisse A, B, C und D deskriptiv an.

Hausaufgabe 4 (6 Punkte)

Gegeben sei die Relation \leq aus Präsenzaufgabe 2. Welche der folgenden Formeln sind logisch äquivalent zu **wahr**? Begründen Sie Ihre Ergebnisse.

- (a) $\forall s, t, u \in \mathbb{N}^+ : t \leq s \wedge u \leq s \Rightarrow t = u$. (b) $\forall t \in \mathbb{N}^+ : \exists s \in \mathbb{N}^+ : s \leq t$.

Hausaufgabe 5 (8 Punkte)

Geben Sie jeweils (ohne Begründung) zwei unterschiedliche Elemente der folgenden Mengen an:

- (a) \mathbb{N}^* (b) $\prod_{i=1}^3 (\mathbb{N} \setminus \{i\})$ (c) $\prod_{i=1}^2 \mathbb{N}^+$ (d) $\mathcal{P} \left(\prod_{i=1}^2 \mathcal{P}(\mathbb{N}) \right)$

Hinweis: Am Montag, den 18.12.2017, wird in der Globalübung eine 60-minütige Probeklausur stattfinden.