Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Institut für Informatik
R. Berghammer

Institut für Informatik

Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18 | Abgabe: 20.11.2017

Serie 3

Präsenzaufgabe 1
Gegeben seien die Mengen $A := \{ 0, 1 \}$ und $B := \{ 1, 2 \}$.

(a) Geben Sie die Mengen $A \times B$ und $B \times \mathcal{P}(B)$ explizit an und bestimmen Sie deren Kardinalitäten.

(b) Geben Sie die Relation $R := \{ (x, X) \in B \times \mathcal{P}(B) \mid 2 \cdot x \in X \}$ explizit an. Ist R eine Funktion?

Präsenzaufgabe 2
Seien A, B Mengen und $R, S \subseteq A \times B$. Zeigen Sie: Wenn S eindeutig ist und $R \subseteq S$ gilt, so ist R eindeutig.

Präsenzaufgabe 3
Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{N})$, wobei $f(n) = \{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x + y \leq n \}$. Ist $f(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ wieder eine Funktion?

Hausaufgabe 4 (3+3 Punkte)
Gegeben seien die Menge $X := \{ 0, 1, 2 \}$ und die Relation

$$R := \{ (x, (A, B)) \in X \times (\mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(X)) \mid x \in A \cap B \text{ und } 2 \cdot x \in B \} \ .$$

(a) Bestimmen Sie $|X \times (\mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(X))|$, indem Sie Satz 1.4.3 bzw. 1.3.9 anwenden.

(b) Geben Sie mit Begründung zwei unterschiedliche Elemente von R an.

Hausaufgabe 5 (4+4 Punkte)
Seien A, B Mengen und $R, S \subseteq A \times B$. Zeigen Sie:

(a) Sind R und S total, so ist auch $R \cup S$ total.

(b) Sind R und S eindeutig, so ist auch $R \cap S$ eindeutig.

Hausaufgabe 6 (4+2 Punkte)
Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{N})$, wobei $f(n) = \{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x \cdot y \leq n \}$.

(a) Zeigen Sie, dass $f(n)$ nicht für alle $n \in \mathbb{N}$ eine Funktion ist.

(b) Bestimmen Sie ohne Begrüngung $\bigcap \{ f(n) \mid n \in \mathbb{N} \}$ sowie $\bigcup \{ f(n) \mid n \in \mathbb{N} \}$.

Am Freitag, den 17. November 2017, findet die Vorlesung ausnahmsweise in Raum OS75 - Hans-Heinrich-Driftmann-Hörsaal statt.