

Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18

Serie 12

keine Abgabe

Präsenzaufgabe 1

Geben Sie Beispiele für algebraische Strukturen $(M, *)$ vom Typ (2) an, bei denen $*$

- (a) assoziativ und kommutativ ist,
- (b) assoziativ und nicht kommutativ ist,
- (c) nicht assoziativ und kommutativ ist,
- (d) nicht assoziativ und nicht kommutativ ist.

Präsenzaufgabe 2 (Klausuraufgabe im WS 2016/17)

Ein Monoid (M, e, \cdot) heißt angeordnet, falls es kommutativ ist und $x \cdot x = x$ für alle $x \in M$ gilt.

- (a) Geben Sie ein Beispiel für ein angeordnetes Monoid an, sowie ein Beispiel für ein nicht angeordnetes Monoid (ohne Begründungen).
- (b) Zeigen Sie: Ist (M, e, \cdot) ein angeordnetes Monoid und die Relation \sqsubseteq auf der Menge M für alle $x, y \in M$ durch

$$x \sqsubseteq y \iff x \cdot y = y$$

definiert, so ist \sqsubseteq eine Ordnungsrelation auf M .

- (c) Beweisen Sie für die Ordnungsrelation aus (b) die folgenden zwei Eigenschaften:

$$(1) \forall x \in M : e \sqsubseteq x \qquad (2) \forall x, y, z \in M : x \sqsubseteq y \Rightarrow x \cdot z \sqsubseteq y \cdot z$$

Präsenzaufgabe 3

Gegeben sei die Menge $M := \{1, 2, 3\}$. Zeigen Sie, dass die Gruppe $(\mathcal{S}(M), \text{id}_M, \circ, ^{-1})$ nicht kommutativ ist.