CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik

R. Berghammer

Institut für Informatik

Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18

Lösungsvorschläge für Serie 1

Präsenzaufgabe 1

Voraussetzung: Gegeben seien die Mengen $A := \{1,2,3,4\}$ und $B := \{0,1,3,5\}$.
Behauptung:

(a) Es gilt:

$$A \cup B = \{0,1,2,3,4,5\} \qquad A \cap B = \{1,3\}$$
$$\mathbb{N} \cap (A \setminus B) = \{2,4\} \qquad B \setminus (\mathbb{N} \setminus A) = \{1,3\}$$

(b) Es gelten u.a. folgende Beziehungen zwischen den Mengen:

$$A \subseteq A \cup B \qquad B \subseteq A \cup B \qquad A \cap B \subseteq A \qquad A \cap B \subseteq B$$
$$\mathbb{N} \cap (A \setminus B) \subseteq A \qquad B \setminus (\mathbb{N} \setminus A) \subseteq B \qquad B \setminus (\mathbb{N} \setminus A) \subseteq A$$
$$A \subset A \cup B \qquad B \subset A \cup B \qquad A \cap B \subset A \qquad A \cap B \subset B$$

Beweis: -

Präsenzaufgabe 2

Voraussetzung: Gegeben sei die Menge $M := \{\emptyset, 2, \{\mathbb{N}\}\}$. Definiere weiter die Mengen von Mengen $\mathcal{A} := \{A \mid A \subseteq M\}$ und $\mathcal{B} := \{B \in \mathcal{A} \mid B$ hat mindestens zwei Elemente $\}$.
Behauptung:

(a) Es gilt: $\mathcal{A} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{2\}, \{\{\mathbb{N}\}\}, \{\emptyset, 2\}, \{\emptyset, \{\mathbb{N}\}\}, \{2, \{\mathbb{N}\}\}, \{\emptyset, 2, \{\mathbb{N}\}\}\}$. Die Menge $\mathcal{A}$ hat acht Elemente.
(b) Es gilt: $\mathcal{B} = \{\{\emptyset, 2\}, \{\emptyset, \{\mathbb{N}\}\}, \{2, \{\mathbb{N}\}\}, \{\emptyset, 2, \{\mathbb{N}\}\}\}$.

Beweis: -

Präsenzaufgabe 3

Voraussetzung: -
Behauptung: Es gibt Mengen A, B, C so, dass $A \setminus (B \setminus C) \neq (A \setminus B) \setminus C$ gilt.
(Alternativ: Es gilt nicht für alle Mengen A, B, C die Gleichheit $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$.)
Beweis: Setze $A := \{1\}$, $B := \emptyset$ und $C := \{1\}$. Dann gilt:

$$A \setminus (B \setminus C) \overset{\text{Def. } A,B,C}{=} \{1\} \setminus (\emptyset \setminus \{1\}) \overset{\text{Def. } \setminus}{=} \{1\} \setminus \emptyset \overset{\text{Def. } \setminus}{=} \{1\}$$

und

$$(A \setminus B) \setminus C \overset{\text{Def. } A,B,C}{=} (\{1\} \setminus \emptyset) \setminus \{1\} \overset{\text{Def. } \setminus}{=} \{1\} \setminus \{1\} \overset{\text{Def. } \setminus}{=} \emptyset \ .$$

Wegen $1 \notin \emptyset$ gilt $\{1\} \not\subseteq \emptyset$, also $A \setminus (B \setminus C) \not\subseteq (A \setminus B) \setminus C$ und somit $A \setminus (B \setminus C) \neq (A \setminus B) \setminus C$ nach Definition 1.1.10. $\square$