

Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18

Lösungsvorschläge für Serie 1

Hausaufgabe 1 (7+3 Punkte)

Voraussetzung: Gegeben sei die Menge von Mengen $\mathcal{M} := \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

Behauptung:

- (a) Es gilt $\mathcal{A} := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. \mathcal{A} hat vier Elemente.
 (b) Es gilt $\mathcal{B} := \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.

Beweis: -

Hausaufgabe 2 (5+5 Punkte)

- (a) Es gibt Mengen A, B, C so, dass $A \cap (B \cup C) \neq (A \cap B) \cup C$.
 (b) Es gibt Mengen A, B, C so, dass $A \cup (B \setminus C) \neq (A \cup B) \setminus C$.

Beweis:

- (a) Setze $A := \emptyset$, $B := \emptyset$ und $C := \{1\}$. Dann gilt:

$$A \cap (B \cup C) \stackrel{\text{Def. } A, B, C}{=} \emptyset \cap (\emptyset \cup \{1\}) \stackrel{\text{Def. } \cup}{=} \emptyset \cap \{1\} \stackrel{\text{Def. } \cap}{=} \emptyset$$

und

$$(A \cap B) \cup C \stackrel{\text{Def. } A, B, C}{=} (\emptyset \cap \emptyset) \cup \{1\} \stackrel{\text{Def. } \cap}{=} \emptyset \cup \{1\} \stackrel{\text{Def. } \cup}{=} \{1\} .$$

Wegen $1 \notin \emptyset$ gilt $\{1\} \not\subseteq \emptyset$, also $(A \cap B) \cup C \not\subseteq A \cap (B \cup C)$ und somit $(A \cap B) \cup C \neq A \cap (B \cup C)$ nach Definition 1.1.10.

- (b) Setze $A := \{1\}$, $B := \{1\}$ und $C := \{1\}$. Dann gilt:

$$A \cup (B \setminus C) \stackrel{\text{Def. } A, B, C}{=} \{1\} \cup (\{1\} \setminus \{1\}) \stackrel{\text{Def. } \setminus}{=} \{1\} \cup \emptyset \stackrel{\text{Def. } \cup}{=} \{1\}$$

und

$$(A \cup B) \setminus C \stackrel{\text{Def. Def. } A, B, C}{=} (\{1\} \cup \{1\}) \setminus \{1\} \stackrel{\text{Def. } \setminus}{=} \emptyset \setminus \{1\} \stackrel{\text{Def. } \setminus}{=} \emptyset .$$

Wegen $1 \notin \emptyset$ gilt $\{1\} \not\subseteq \emptyset$, also $A \cup (B \setminus C) \not\subseteq (A \cup B) \setminus C$ und somit $A \cup (B \setminus C) \neq (A \cup B) \setminus C$ nach Definition 1.1.10.