Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Institut für Informatik

R. Berghammer

Institut für Informatik

Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18

Serie 5

Abgabe: 4.12.2017

Präsenzaufgabe 1

Wir schreiben $B(x,y)$ für "x besiegt y", $V(x,y)$ für "x verliert gegen y", $T(x,y)$ für "x ist Torwart von y" und $F(x)$ für "x ist Fußballmannschaft" und haben die Fußballmannschaften bvb, hsv und $s04$ gegeben. Drücken Sie folgende Sätze in der Prädikatenlogik aus und negieren Sie diese:

(a) Jede Fußballmannschaft hat einen Torwart.

(b) Wenn $s04$ gegen hsv gewinnt, dann verliert $s04$ nicht gegen jede Fußballmannschaft.

(c) bvb schlägt jede Fußballmannschaft, gegen die hsv verliert, außer sich selbst.

Geben Sie umgangssprachliche Beschreibungen für die nachstehenden Formeln an.

(d) $\forall x : F(x) \Rightarrow \exists y : F(y) \wedge V(x,y)$

(e) $\exists x : F(x) \wedge (\forall y : F(y) \wedge y \neq x \Rightarrow B(x,y))$

Präsenzaufgabe 2

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{N})$, wobei $f(n) = \{ (x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x + y \leq n \}$ von Serie 3. Überprüfen Sie die folgende prädikatenlogische Formel auf ihre Gültigkeit:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \exists m \in \mathbb{N} : f(n) \subset f(m) \Longleftrightarrow \textbf{wahr}$$

Präsenzaufgabe 3

Gegeben sei eine Menge M. Zeigen Sie durch prädikatenlogische Umformungen die folgende logische Implikation:

$$\textbf{wahr} \Longrightarrow \bigcap \mathcal{P}(M) = \emptyset$$

Hausaufgabe 4 (8 Punkte)

Seien A, B Mengen und $R \subseteq A \times B$. Formulieren Sie die folgenden Sätze als prädikatenlogische Formeln, in denen jeweils mindestens ein Allquantor vorkommt. Bilden Sie außerdem deren Negation. In allen angegebenen Formeln soll das Negationssymbol nicht verwendet werden.

(a) A und B sind gleich.

(b) Der Schnitt von A und B ist leer.

(c) R ist einelementig.

(d) R hat mindestens zwei Elemente.

Hausaufgabe 5 (6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion f von Präsenzaufgabe 2. Überprüfen Sie die folgenden prädikatenlogischen Formeln auf ihre Gültigkeit. Begründen Sie Ihre Ergebnisse.

(a) $\exists n \in \mathbb{N} : \forall m \in \mathbb{N} : f(n) \subseteq f(m)$

(b) $\forall n, m \in \mathbb{N} : n \leq m \Rightarrow f(n) \subseteq f(m)$

Hausaufgabe 6 (6 Punkte)

Seien $\mathcal{M}$ und $\mathcal{N}$ nichtleere Mengen von Mengen. Zeigen Sie mittels prädikatenlogischer Umformungen:

$$\bigcap(\mathcal{M} \cup \mathcal{N}) \subseteq \left(\bigcup \mathcal{M}\right) \cap \left(\bigcup \mathcal{N}\right) .$$