

Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18

Serie 4

Abgabe: 27.11.2017

Präsenzaufgabe 1

Beatrice hat drei Verdächtige in einem Kriminalfall festgenommen und folgende Informationen gesammelt:

- Wenn sich Ben oder Carsten als Täter herausstellen sollten, dann ist Anna unschuldig.
- Ist aber Anna oder Carsten unschuldig, dann muss Ben Täter sein.
- Falls Carsten schuldig ist, wäre auch Anna überführt.

Wer hat die Tat begangen?

Präsenzaufgabe 2

Gegeben seien aussagenlogische Formeln A, B, C . Welche der folgenden Zeichenketten sind gültige Formeln gemäß Definition 2.2.1. der Vorlesung? Welche dieser Formeln sind logisch äquivalent zu **wahr**?

- | | | |
|------------------------------------|---|----------------------------|
| (1) $A \cup B \Rightarrow C$ | (2) $(A \wedge F) \Rightarrow C$ | (3) $A \Longrightarrow A$ |
| (4) $\neg(A \wedge \mathbf{wahr})$ | (5) $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$ | (6) $A \Rightarrow \neg A$ |

Präsenzaufgabe 3

Gegeben seien eine Menge X und die Funktionen $f, g : \mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$, wobei $f(M, N) = \overline{M \setminus N}$ und $g(M, N) = \overline{M} \cup N$. Das Komplement wird hier bezüglich X gebildet. Zeigen Sie durch logische Umformungen, dass $f = g$ gilt.

Hausaufgabe 4 (8 Punkte)

Gegeben seien aussagenlogische Formeln A und B . Untersuchen Sie, welche der folgenden Formeln logisch äquivalent zu **wahr** sind, und beweisen Sie Ihre Ergebnisse:

- $A \Leftrightarrow (B \wedge A) \vee \neg(A \Rightarrow B)$
- $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \vee A)$
- $(A \wedge \neg B) \Rightarrow A$.

Hausaufgabe 5 (5 Punkte)

Beweisen Sie Präsenzaufgabe 3 (b), Serie 2, unter Verwendung von logischen Umformungen. Begründen Sie dabei jeden Umformungsschritt.

Hausaufgabe 6 (7 Punkte)

Gegeben seien eine Menge X und die Funktionen $f, g : \mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$, wobei

$$f(M, N) = (M \cup N) \setminus (M \cap N) \quad \text{und} \quad g(M, N) = (M \setminus N) \cup (N \setminus M).$$

Zeigen Sie durch logische Umformungen, dass $f = g$ gilt. Begründen Sie dabei jeden Umformungsschritt.