

## Mathematik für die Informatik A

Wintersemester 2017/18

### Probeklausur

18.12.2017

#### Aufgabe 1 (12 Punkte)

Die Punktzahl ist die Anzahl der richtig gesetzten weniger der Anzahl der falsch gesetzten Kreuze.

- (a) Kreuzen Sie für jede der folgenden Formeln an, ob diese für alle Mengen von Mengen  $\mathcal{M}$  wahr oder falsch sind.

$\bigcup \mathcal{P}(\mathcal{M}) = \mathcal{M}$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$\bigcap \mathcal{P}(\mathcal{M}) = \emptyset$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$\bigcup \mathcal{M} \subseteq \bigcap \mathcal{M}$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$\bigcap \mathcal{M} \subseteq \bigcup \mathcal{M}$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch

- (b) Kreuzen Sie für jede der folgenden logischen Äquivalenzen an, ob diese für alle Mengen  $M$  und Aussagen  $A(x)$  gelten.

$\forall x \in M : A(x) \iff \forall x : x \in M \Rightarrow A(x)$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$\forall x \in M : A(x) \iff \forall x : x \in M \wedge A(x)$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$\exists x \in M : A(x) \iff \exists x : x \in M \Rightarrow A(x)$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$\exists x \in M : A(x) \iff \exists x : x \in M \wedge A(x)$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch

- (c) Wir definieren die Relation  $R := \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid y \leq x\}$ . Kreuzen Sie für jede der folgenden Aussagen an, ob diese wahr oder falsch sind.

$R$ ist eindeutig.	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$R$ ist total.	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$(0, 1) \in R$ .	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
$(1, 0) \in R$ .	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch

#### Aufgabe 2 (2+2+3 Punkte)

Gegeben sei die Menge  $M := \{0, 1\}$ .

- (a) Geben Sie die Menge  $A := \{x \in M^3 \mid \forall i \in \mathbb{N} : 1 \leq i \leq 3 \Rightarrow x_i = x_i\}$  explizit an.  
 (b) Geben Sie die Menge  $B := \{x \in M^3 \mid \forall i \in \mathbb{N} : 1 \leq i \leq 2 \Rightarrow x_i \neq x_{i+1}\}$  explizit an.  
 (c) Geben Sie (ohne Begründung) die Kardinalitäten der Mengen  $M^3$ ,  $A \times B$  und  $\mathcal{P}(B)$  an.

#### Aufgabe 3 (9 Punkte)

Für alle  $s, t \in \mathbb{N}^+$  definieren wir  $s \sim t :\iff \text{rest}(s) = \text{rest}(t)$ . Überprüfen Sie die Relation  $\sim \subseteq \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$  auf Eindeutigkeit und Totalität. Beweisen Sie Ihre Ergebnisse.

#### Aufgabe 4 (5+7 Punkte)

Gegeben sei eine Menge  $M$  und Mengen  $A, B \subseteq M$ . Das Komplement wird in dieser Aufgabe bezüglich der Menge  $M$  gebildet.

- (a) Zeigen Sie durch einen Widerspruchsbeweis, dass aus  $A \subseteq B$  die Gleichheit  $A \cap \overline{B} = \emptyset$  folgt.  
 (b) Zeigen Sie durch prädikatenlogische Umformungen die folgende logische Äquivalenz und begründen Sie dabei jeden Ihrer Schritte:

$$A \subseteq \overline{B} \iff A \cap B = \emptyset$$